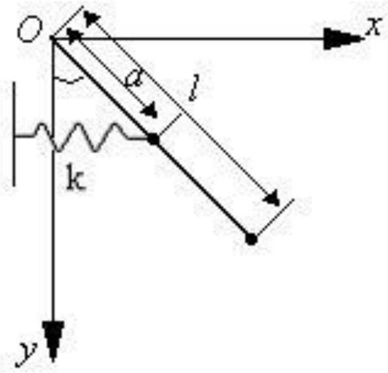
Subiectul I **(10 puncte)**

Un oscilator este format dintr-un resort şi un pendul matematic, legate ca în figura de mai jos. Tija de lungime $l = 1{,}00$ m este articulată în punctul O și are suspendat la celălalt capăt un corp de masa $m = 0{,}10$ kg. La distanța $a = l/2$ de capătul tijei este fixat capătul liber al unui resort de constantă elastică $k = 10\ \mathrm{N/m}$. Resortul este relaxat când pendulul este vertical. Accelerația gravitațională este $g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Oscilatorul, astfel format, efectuează oscilații amortizate datorită forței de rezistență din partea aerului $\vec{F_r} = -b\vec{v}$, unde b este un coeficient de rezistență la înaintare iar v este viteza de mișcare. Un dispozitiv special înregistrează amplitudinea mișcării oscilatorii, măsurată de-a lungul axei Ox, la diferite momente de timp. La momentul inițial viteza oscilatorului este nulă. Valorile înregistrate sunt prezentate în tabelul de mai jos.



A/cm	10	5,8	3,4	2,0
t/s	0	0,539	1,078	1,616

a) Pe baza datelor din tabel, să se traseze graficul de variație a amplitudinii oscilației sistemului în funcție de timp și să se calculeze coeficientul de amortizare;

b) Să se determine expresia ecuației dinamice a oscilatorului și legea de mișcare, apoi calculați frecvența de oscilație a oscilatorului;

c) Să se determine valoarea forței de rezistență la înaintare la momentul $t = \frac{3T}{5}$;

d) Să se calculeze valoarea medie a forței de rezistență în intervalul de timp cuprins între $t = 0$ și $t = \frac{T}{4}$.

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul II **(10 puncte)**

A. Oscilator armonic cuantificat (2 puncte)

Un oscilator armonic unidimensional are pulsația ω și masa m. Folosind condiția de cuantificare care impune condiția că unda asociată microparticulei să fie o undă staționară de-a lungul traiectoriei (matematic se scrie $2\int_{-A}^{A}\frac{dx}{\lambda}=n$, unde n este un număr natural nenul, dx este deplasarea elementară pe traiectorie, iar λ este lungimea de undă a undei asociate), să se arate că energia și amplitudinea oscilației microparticulei sunt mărimi cuantificate și să se exprime valorile posibile ale acestora, în funcție de ω, m și constanta Planck redusă $\hbar=\frac{h}{2\pi}$.

B. Interferențe (7 puncte)

Un dispozitiv interferențial constă din două prisme optice triunghiulare identice, confecționate din sticlă cu indicele de refracție $n=1,5$, având fiecare secțiunea principală un triunghi dreptunghic cu unghiul la vârf $\beta \ll 1$ rad și cateta alăturată egală cu a, așezate cu cateta opusă unghiului β (biprisma lui Fresnel) în contact. Un fascicul de lumină monocromatică, având lungimea de undă în aer egală cu $\lambda=700$ nm, paralel cu axa de simetrie a dispozitivului, este incident normal pe suprafața prismelor (pe catetele de lungime a). Franjele de interferență se observă pe un ecran, așezat perpendicular pe axa de simetrie a dispozitivului. Prin deplasarea ecranului, franjele se observă până la o distanță maximă de dispozitiv $D=10$ m, interfranja rămânând constantă $i=1$ mm;

a) Să se arate că unghiul de deviere al unei raze din fascicul, la trecerea printr-o prismă a dispozitivului, este $\delta \simeq (n-1)\beta$;

b) Să se determine unghiul la vârf β al prismelor, lățimea $2a$ a biprismei și numărul maxim de franje luminoase care se pot observa pe ecran;

c) Pe suprafața dispozitivului este incident normal un fascicul de lumină, paralel cu axa de simetrie a acestuia, compus din două radiații monocromatice cu lungimile de undă $\lambda_1=462$ nm și $\lambda_2=756$ nm, pentru care indicii de refracție ai sticlei prismelor sunt $n_1=1,55$, respectiv $n_2=1,54$. Să se determine numărul maxim de franje luminoase monocromatice distincte ce se pot forma pe ecran.

Subiectul III **(10 puncte)**

Oscilații armonice, clasice și relativiste

A. Pahar cilindric într-un ghidaj vertical (2 puncte)

Un pahar cilindric vertical, P, cu masa *m*, având pereţii foarte subţiri, pluteşte în echilibru, cu gura în jos, în interiorul unui ghidaj cilindric vertical, într-un vas cu apă, foarte larg, aşa cum indică desenul din figura 1, înălţimea coloanei de aer din pahar fiind l_0.

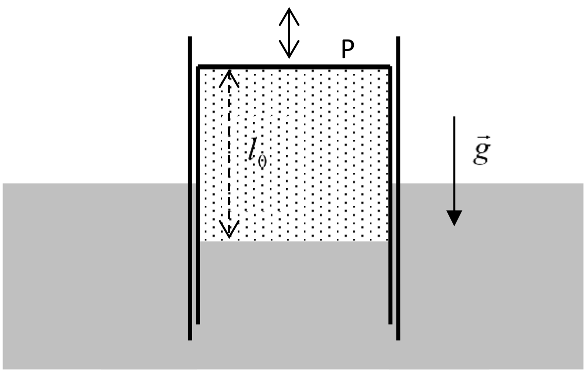


Fig. 1

a) *Să se determine* perioada oscilaţiilor verticale mici ale paharului, efectuate în interiorul ghidajului vertical, care menţine poziţia verticală a paharului, atunci când temperatura sistemului, T_0, rămâne constantă. Se cunoaşte acceleraţia gravitaţională, *g*. Se neglijează tensiunea superficială şi toate frecările. Se ştie că $\left(1-\frac{y}{l_0}\right)^{-1} \approx 1+\frac{y}{l_0}$, dacă $y << l_0$, unde *y* este elongația oscilațiilor paharului.

B. Coloană de lichid oscilantă (2 puncte)

b) *Să se determine* perioada oscilațiilor mici ale coloanei de mercur, provocate în tubul vertical reprezentat în desenul din figura 2, știind că, în starea de echilibru, evidențiată în desen, lungimea coloanei de aer din sectorul închis al tubului este *l*. *Se cunosc*: *S* – aria secțiunii transversale a tubului; p_0 – presiunea atmosferică înconjurătoare; ρ – densitatea mercurului; *m* – masa întregii coloane de mercur din tub; *g* – accelerația gravitațională. *Se va considera* că în evoluția sistemului, temperatura aerului din tub rămâne constantă.

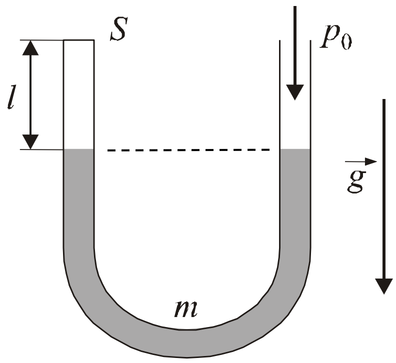


Fig. 2

C. Oscilator elastic armonic relativist (5 puncte)

Un punct material cu masa de repaus m_0, conectat la unul din capetele unui resort elastic liniar, orizontal, cu constanta de elasticitate *k*, oscilează relativist armonic de-a lungul axei OY, aparținând SRL, așa cum indică desenul din figura 3.
Se știe că, și în variantă relativistă, atunci când vectorii forță elastică din resort, $\vec{F}_e$, elongație, $\vec{y}$, viteză, $\vec{v}$, și accelerație, $\vec{a}$,

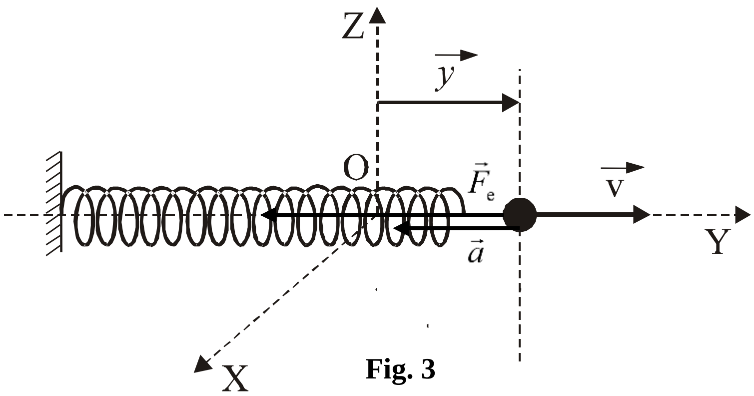


Fig. 3

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

sunt coliniari, mișcarea punctului material este, ca și în varianta clasică, tot o mișcare oscilatorie armonică.

c) *Să se determine* perioada oscilațiilor armonice relativiste ale oscilatorului armonic relativist:

$$T = 4\cdot\int_0^A \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{v}},$$

unde $\mathrm{d}\,y$ este deplasarea elementară a oscilatorului, din poziția corespunzătoare elongației $\vec{y}$, de la momentul t, până la momentul $t+\mathrm{d}t$, în intervalul de timp elementar, $\mathrm{d}t$, când viteza instantanee, v, a oscilatorului relativist armonic, se poate considera constantă.

Se cunosc: amplitudinea oscilațiilor, A; viteza luminii în vid, c.

d) *Să se rezolve cerința de la punctul* **c)** *luând în considerare cazul particular*:

$$\frac{\dfrac{k\cdot A^2}{2}}{m_0\cdot c^2} <<< 1.$$

Se știe că:

1) Energia potențială de deformare maximă a resortului este mult mai mică decât energia de repaus a oscilatorului: $\dfrac{k\cdot A^2}{2} << m_0\cdot c^2$; astfel încât $\dfrac{k}{4\cdot m_0\cdot c^2}\cdot\left(A^2-y^2\right) << 1$;

Deci

$$\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{k}{4\cdot m_0\cdot c^2}\cdot(A^2-y^2)}} = \left(1+\frac{k}{4\cdot m_0\cdot c^2}\cdot\left(A^2-y^2\right)\right)^{-1/2} \approx 1-\frac{k}{8\cdot m_0\cdot c^2}\cdot(A^2-y^2);$$

unde: A – amplitudinea oscilațiilor armonice relativiste ale punctului material; $y-$elongația oscilatorului armonic relativist la momentul t, atunci când viteza oscilatorului armonic relativist este v; $c-$viteza luminii în vid;

2) $\displaystyle\int_0^A \frac{\mathrm{d}\,y}{\sqrt{A^2-y^2}} = \frac{\pi}{2}$; $\displaystyle\int_0^A \sqrt{A^2-y^2}\cdot\mathrm{d}\,y = \frac{\pi\cdot A^2}{4}$;

3) $\dfrac{k\cdot A^2}{2} << m_0\cdot c^2$; $\dfrac{k^2}{16\cdot m_0^2\cdot c^4}\cdot(A^2-y^2)^2 <<<< 1$, astfel încât $\dfrac{k^2}{16\cdot m_0^2\cdot c^4}\cdot(A^2-y^2)^2 \approx 0$.

Subiectele au fost propuse de
***Prof. dr. Luciu ALEXANDRESCU**, Centrul Județean de Excelență, Brașov*
***Prof . Cristian MIU**, Colegiul Național „Ion Minulescu” Slatina*
***Prof. dr. Mihail SANDU**, Călimănești*
***Coordonator: prof. Sorin TROCARU**, Liceul Teoretic „Aurel Vlaicu”, Breaza*

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.